

EFEITOS DA CURVATURA DA TERRA E REFRAÇÃO NA ALTIMETRIA.

Conteúdo em vídeo.

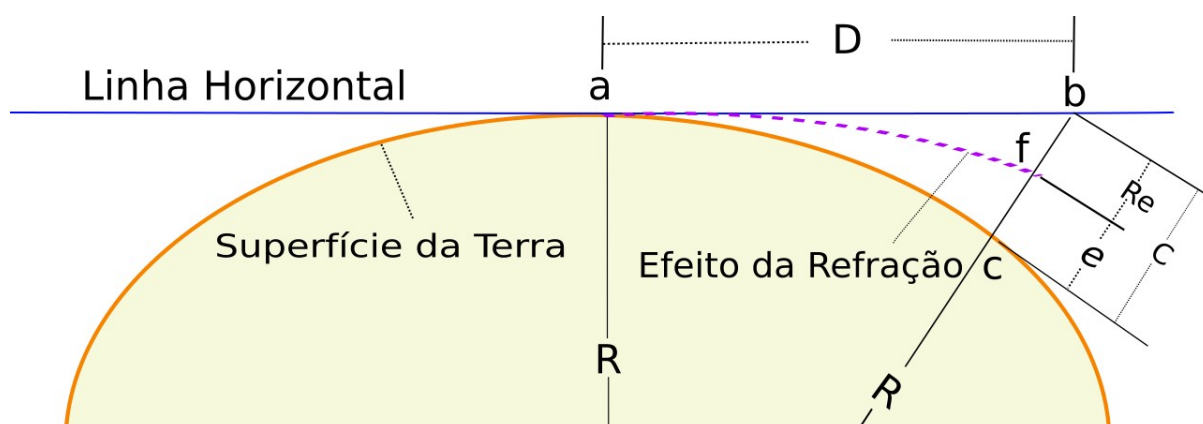
Parte 1 - <https://youtu.be/MiUJA0uDaRM>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=XREIQQQDWRo&feature=youtu.be>

Quando se trabalha com lances longos temos que levar em consideração o erro referente a curvatura da Terra e a refração. Estes erros são inerentes ao levantamento e devem ser corrigidos conforme será visto adiante.

Erro de curvatura da Terra e refração.

Na Figura 01 é ilustrado o erro de curvatura da Terra e a refração. Este erro ocorre porque se substitui a superfície verdadeira, no caso a superfície da Terra por uma superfície aparente mostrada pela linha horizontal que é definida por um nível devidamente nivelado.



D - Distância de visada - distância entre a e b

R - Raio da Terra

Re - Erro de refração - distância entre f e b

C - Erro de curvatura - distância c e b

e - Erro de curvatura e refração - distância entre c e f

Figura 01-Erro de curvatura da Terra e refração

No caso do nivelamento trigonométrico de lances longos os erros de curvatura e refração também estão presentes, conforme ilustra a Figura 02.

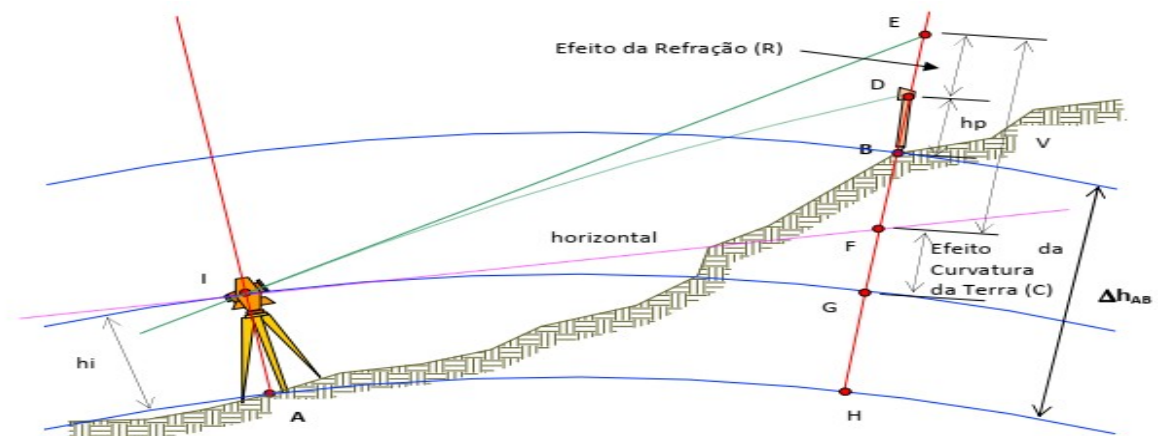


Figura 02 - Erro de curvatura da Terra e refração, caso do nivelamento trigonométrico
(Fonte: VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L., 2014)

Verifica-se nos dois casos que o efeito combinado dos erros de curvatura da Terra e refração é dado por:

$$e = C - R \quad (1)$$

Determinação do erro de curvatura (C)

O valor do erro de curvatura (C) pode ser facilmente encontrado conforme pode ser verificado na Figura 03.

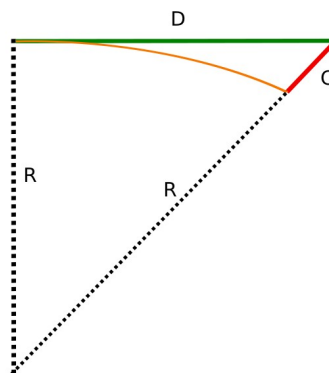


Figura 03 – Erro de curvatura da Terra.

Matematicamente.

$$(R+C)^2 = D^2 + R^2$$

$$R^2 + 2RC + C^2 = D^2 + R^2$$

$$2RC + C^2 = D^2 \quad \rightarrow \quad C(2R+C) = D^2$$

$$C = \frac{D^2}{2R+C} \quad (2)$$

Pela equação (2) verifica-se que a determinação da correção (C) está em função também de C , entretanto este valor é muito menor comparando com o raio da Terra, podendo assim ser desprezado. Neste caso a equação (2) torna-se:

$$C = \frac{D^2}{2 * R} \quad (3)$$

onde D é a distância de visada, ou seja, a distância entre o ponto em que se está estacionado o equipamento (nível ou teodolito, ou estação total) e o ponto a ser medido (distância entre a e b na Figura 01) e R é o raio da Terra.

Considerando o raio da terra como 6371 km a equação 2 é simplificada:

$$C = 0,00007848 * D^2 \text{ Km} \quad (4)$$

Devemos verificar que a equação está em quilômetros, ou seja, a distância D deve ser dada em quilômetros no cálculo de C . Como as medidas topográficas são realizadas na escala de metros é conveniente rescrever a equação em metros, para isto basta multiplicar por mil.

$$C = (0,00007848) * 1000 * D^2 \text{ m}$$

$$C = 0,07848 * D^2 \text{ m} \quad (5)$$

Determinação do erro de refração (Re)

O erro de refração é um efeito causado pela refração dos raios de luz que atravessam camadas de densidade diferente, no caso, os raios de luz que passam pela atmosfera da Terra são refratados em direção à superfície da Terra (onde estão as camadas mais densas) conforme pode ser observado na Figura 01 (linha entre os pontos a e f). Podemos verificar também que o erro de refração atenua o erro de curvatura, conforme equação (1). A Figura 04 mostra os elementos do erro de refração.

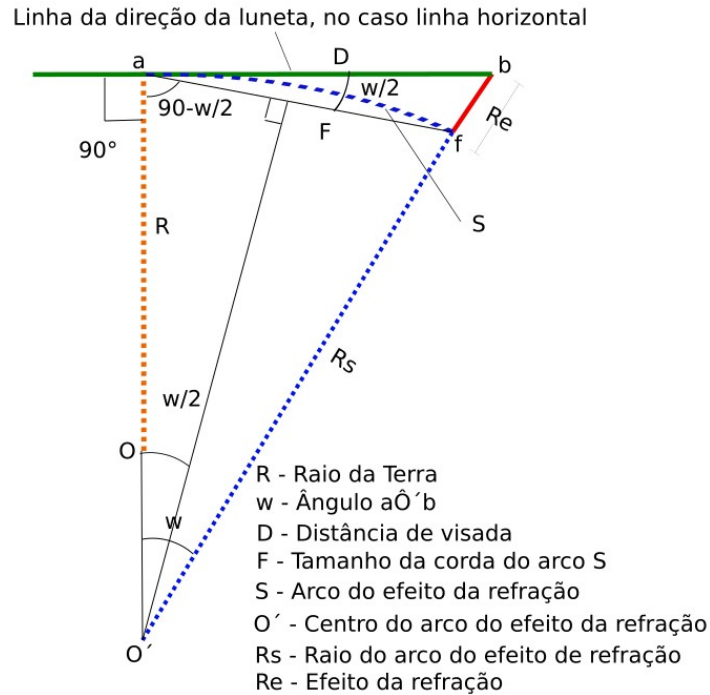


Figura 04 – Erro de refração;

Para se determinar o erro de refração temos que partir da premissa que existe uma relação entre o raio da Terra (R) e o raio do arco do efeito de refração (R_s) que é a linha de visão (S) mostrada na Figura 04 (SCHOFIELD, 2001).

$$K = R/R_s \rightarrow R_s = R/K \quad (6)$$

Neste processo temos variáveis que podemos medir ou conhecemos e as que não podemos medir nem conhecemos. As variáveis que podemos obter ou conhecemos é a distância entre os pontos ab (D), o raio da Terra (R) e o coeficiente de refração (K) que varia de acordo com o local, já o raio do efeito de refração (R_s) e do ângulo central (w) não podemos obter por medidas e nem conhecemos. Assim, devemos determinar o erro de refração (Re) em função das variáveis que conhecemos.

Sabemos também que o arco (S) pode ser dado por:

$$S = w * R_s \quad (7)$$

Dividindo a equação (7) por dois e isolando o ângulo $w/2$ temos a relação:

$$\frac{S}{2} = \frac{w * R_s}{2} \rightarrow \frac{w}{2} = \frac{S}{2 * R_s} \quad (8)$$

O efeito de refração (Re) pode ser tratado como um arco sem maiores prejuízos na precisão. Assim:

$$Re = \frac{w}{2} * S \quad (9)$$

Também podemos dizer o arco do efeito da refração (S), a distância de visada (D) e a corda do arco S são praticamente iguais e esta aproximação não acarreta em prejuízo na precisão.

$$S \approx D \approx F \quad (10)$$

Por fim, substituindo a equação (8) na equação (9) temos e considerando $S=D$, temos:

$$Re = \left(\frac{S}{2 * R_s} \right) * S \rightarrow Re = \frac{S^2}{2 * R_s} \rightarrow Re = \frac{D^2}{2 * R_s} \quad (11)$$

Conforme observado na equação (11) o valor de Re ainda está em função de R_s que é um valor que não podemos determinar, neste caso, temos que substituir a equação (6) na equação (11):

$$Re = \frac{D^2}{2 * (R/k)} \rightarrow Re = \frac{D^2 * K}{2 * R} \quad (12)$$

O erro da curvatura da terra combinado com o erro de refração

Conforme visto anteriormente, o erro de refração atenua o erro de curvatura, assim podemos reescrever a equação (1) com as equações (3) e (12):

$$e = \frac{D^2}{2 * R} - \frac{D^2 * K}{2 * R} \rightarrow e = \frac{D^2 (1 - k)}{2 * R} \quad (13)$$

Para os valores de K , VEIGA; ZANETTI & FAGGION, 2012 indica um valor médio de $K = 0,13$, embora este valor pode variar em função do local e de outras condições ambientais.

Exercício em sala de aula.

1) Determine o valor do erro de curvatura, de refração e combinado com as distâncias dadas nas tabelas abaixo. Esboce o gráfico dos erros em função da distância. O Raios da Terra equivale a 6371 km e o valor de $K=0,13$.

Solução

Distância (km)	Erro de curvatura (m)	Erro de refração (m)	Erro combinado (m)
0,1	0,00078	0,000102025	0,000682781353006
0,15	0,00177	0,000229556	0,001536258044263
0,2	0,00314	0,000408099	0,002731125412023
0,25	0,00491	0,000637655	0,004267383456286
0,5	0,01962	0,002550620	0,017069533825145
1	0,07848	0,010202480	0,068278135300581
2	0,31392	0,040809920	0,273112541202323
5	1,96202	0,255062000	1,70695338251452
10	7,84806	1,020247999	6,82781353005808

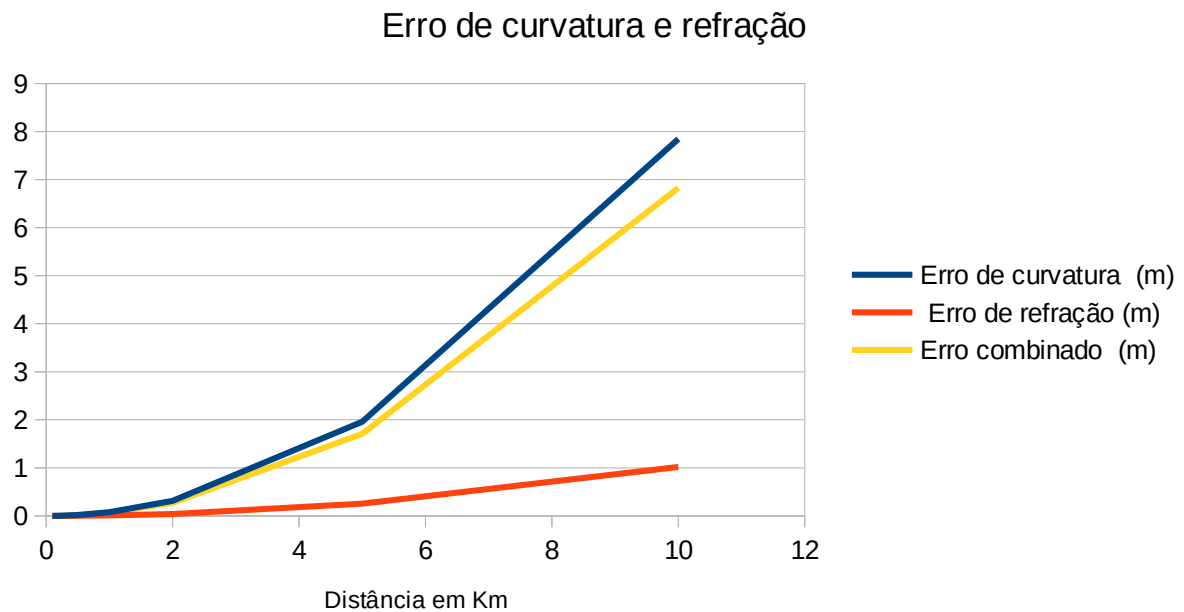


Figura 05 – Comparação dos erros de curvatura e refração em função da distância

Exercício proposto

1) Determine o erro de curvatura e refração em um nivelamento trigonométrico entre Praia de Leste e Pontal do Sul, sabendo que a distância é de 20 Km. Considere, apenas para fins didáticos que o levantamento foi feito em apenas 1 lance.

R: 27,31 m

Bibliografia

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura. Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

SCHOFIELD, W. Engineering surveying: theory and examination problems for students. 5th ed. Oxford [England] ; Boston : Butterworth-Heinemann. 2001.